

Einleitung

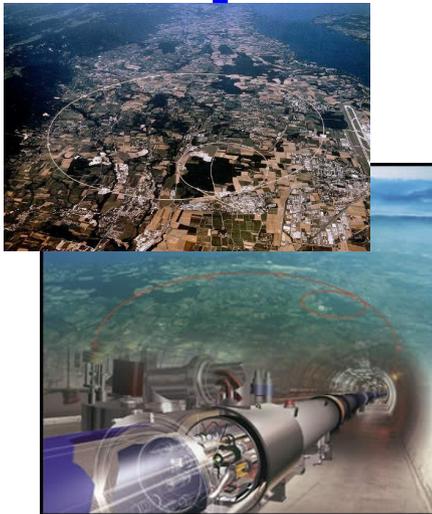
DM & LHC

MCMC

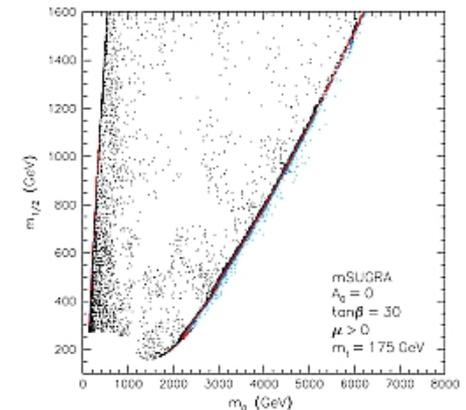
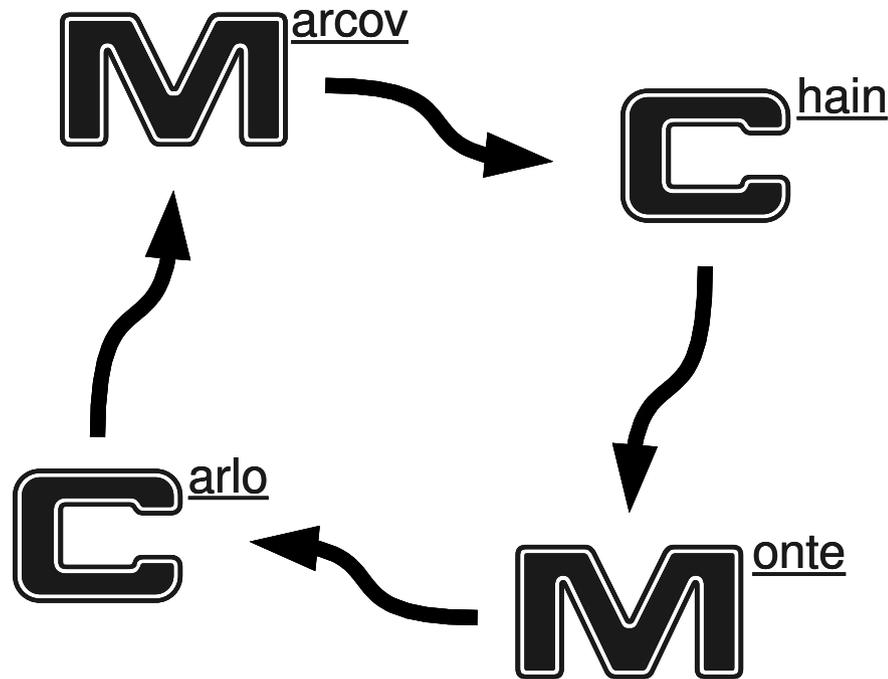
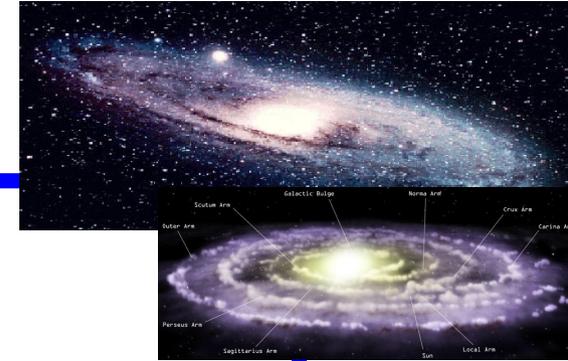
Algorithmus

Ausblick

Schule für  
Astro-  
Teilchenphysik  
2008



Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs



Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

Ausblick

**S**chule für  
**A**stro-  
**T**eilchenphysik  
**2008**

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

Supersymmetrie: Partnerteilchen zu SM-Teilchen

- › R-Parität-Erhaltung (Wert: SM-Teilchen 1, SUSY-Teilchen -1)  
=> leichteste SUSY-Teilchen stabil (derzeitiger Kandidat: Neutralino)

Modell: MSugra (minimal supergravity) einfache Variante mit „nur“ 5 Parametern

$m_0$ : vereinigte Masse der sfermionen auf GUT-Skala

$m_{hf}$ : vereinigte Masse der Gauginos (GUT)

$A_0$ : Trilineare Kopplung (GUT)

$t_b$ : Verhältnis der Higgs-Vakuum-Erwartungswerte

$\mu$ : Vorzeichen des Higgsino Massenparameter

Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

Ausblick

**S**chule für  
**A**stro-  
**T**eilchenphysik  
**2008**

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

Das Massenspektrum der SUSY-Teilchen liefert Kandidaten für die DM  
UND  
hängt stark von den Parametern der Theorie ab (hier MSUGRA)

→ Bestimmung dieser Parameter mittels MCMC-Methoden

Wichtig:  
kosmologische und teilchenphysikalische Messungen schränken den  
Parameterraum ein

Wichtige sind:

- › LEP-Messungen
- › Tevatron-Messungen
- › CMB-Messungen
- › EGRET
- › ...

Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

Ausblick

**S**chule für  
**A**stro-  
**T**eilchenphysik  
**2008**

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

Warum DM?

› Die Rotationskurven der Galaxien sind nicht erklärbar, Masse/Gravitation fehlt

Eigenschaften die auf der Hand liegen:

› Sie interagiert nicht in nennenswerter Weise mit Licht

› Ihr Wirkungsquerschnitt liegt im Bereich der schwachen-WW

› Falls Majorana-Teilchen, Anihilation z.B. in Standard-Modell-Partikel

Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

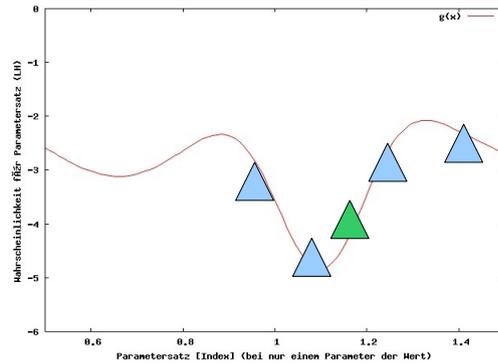
Ausblick

Schule für  
Astro-  
Teilchenphysik  
2008

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

Problem:

- Finde die Theorie die zu den Daten passt...

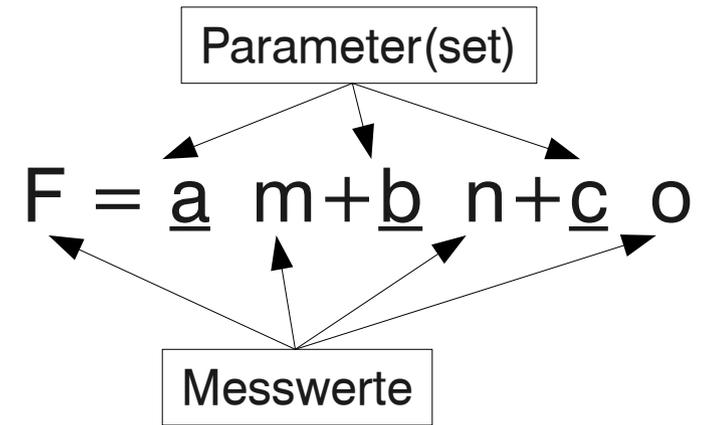


Idee:

- Ausprobieren verschiedener Parameter(sets) = Raster

Methode:

- Ziehen zufällig Parametersets und berechnen Wahrscheinlichkeit
- Vergleich ob gezogenes Parameterset besser als vorheriges, usw
- Bei SUSY MSUGRA sind es aber 5 Parameter:  $a_0$ ,  $m_0$ ,  $m_{hf}$ ,  $t_b$ ,  $\mu$   
→ Ineffizient auf diese Weise



Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

Ausblick

**S**chule für  
**A**stro-  
**T**eilchenphysik  
**2008**

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

- Wir brauchen eine clevere Methode um den Parameterraum zu scannen

- Idee:

Verwende auch die Information über „schlechte“ Parametersets

Wie:

bessere Parametersets (bezogen auf ihre Umgebung) werden öfter gewählt  
(Gewichtung der Parametersets relativ zu einander)

- Histogramm über gewählte Parametersets ergibt dann die Wahrscheinlichkeitsverteilung

Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

Ausblick

**S**chule für  
**A**stro-  
**T**eilchenphysik  
**2008**

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

▪ MCMC Bestandteile:

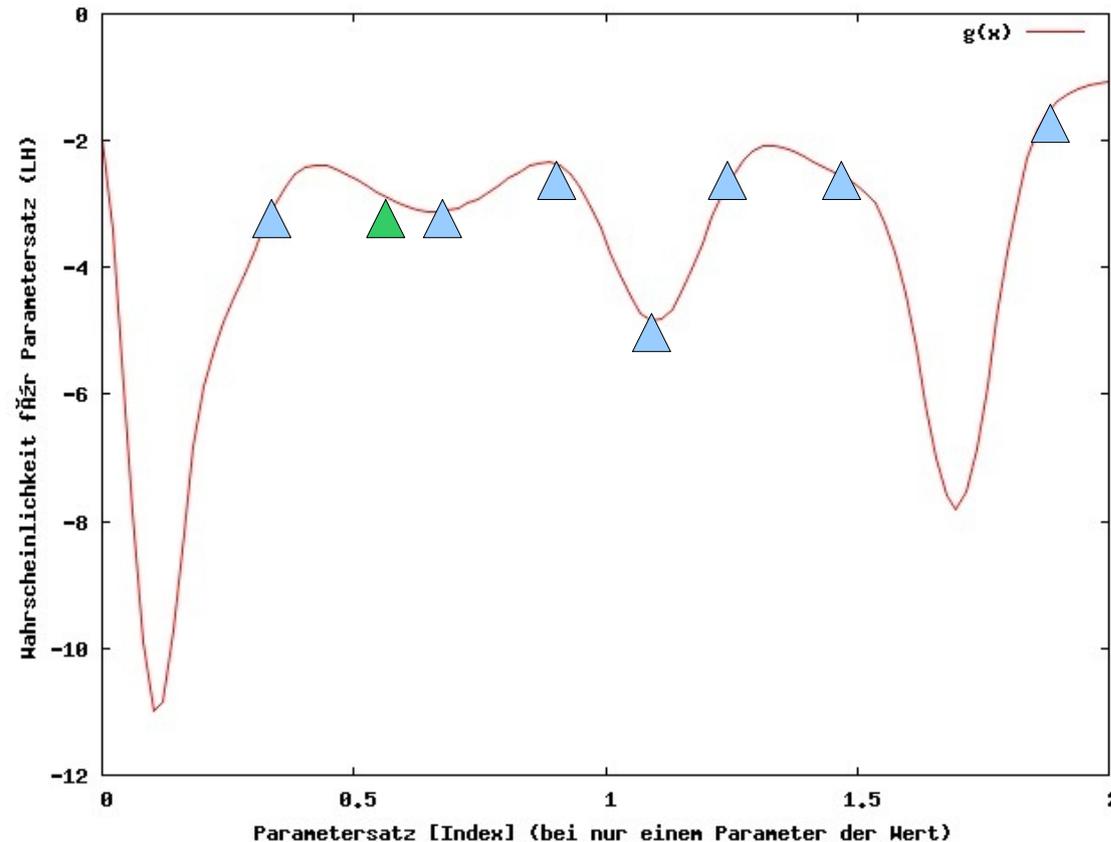
✓ Auswahl Algorithmus für nächstes Parameterset = Schrittlänge im Parameterraum (Stepsize-Algorithmus)

✓ Vergleich der Wahrscheinlichkeit verschiedener Parametersets (Auswahl-Algorithmus)

✓ Wie lange Wiederholen? (Abbruch-Algorithmus)

## PROBLEME

- × Problem I: viele unnütze LH-Fkt.-Berechnungen bei reinen Zufallssprüngen, da oft schlechte Parameter gewählt werden
- × Problem II: leichtes stecken bleiben des Algorithmus in lokalen Minima bei zu kleinen Sprüngen



Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

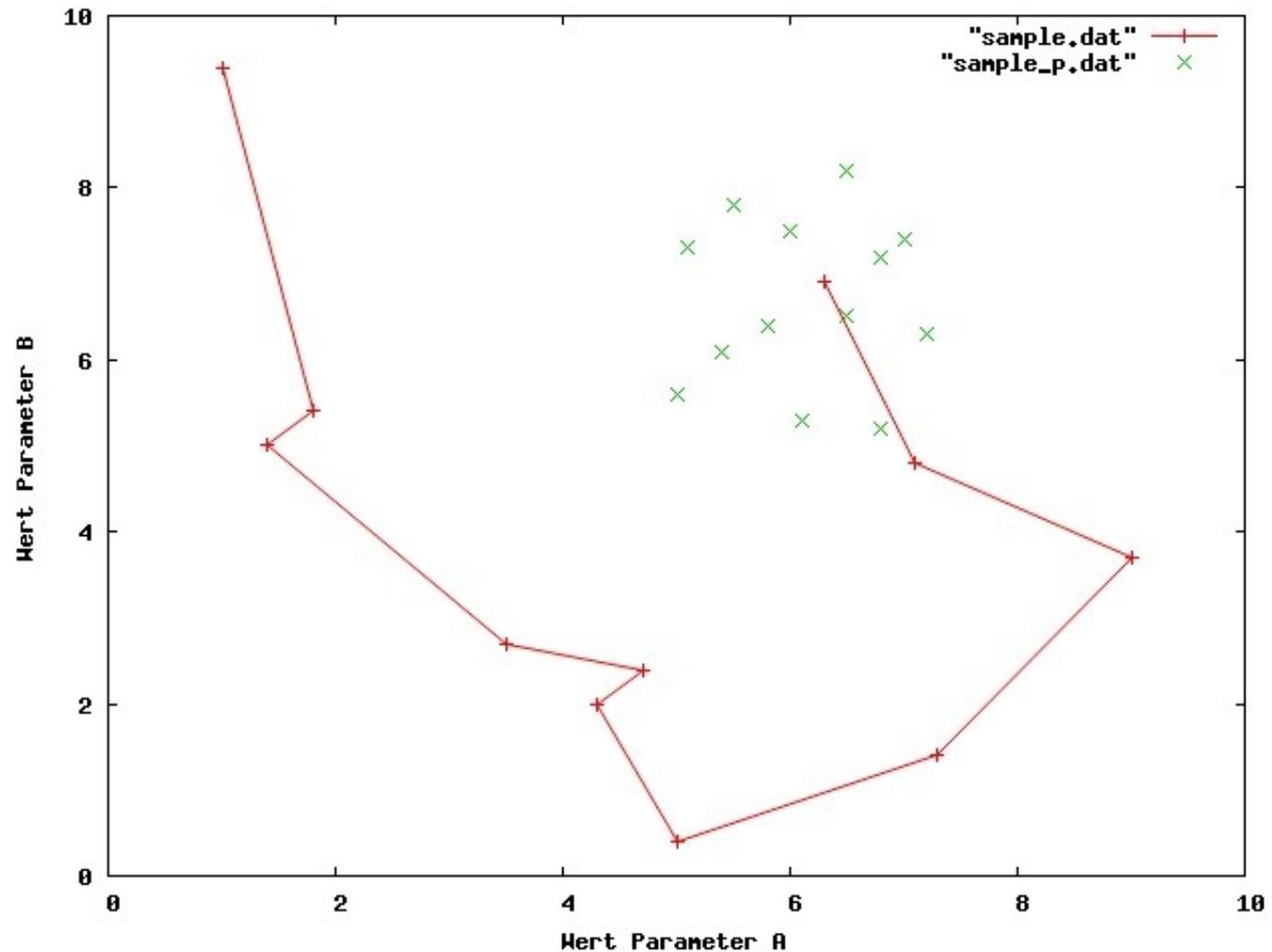
Ausblick

Schule für  
Astro-  
Teilchenphysik  
2008

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

Problem I: viele unnütze Berechnungen

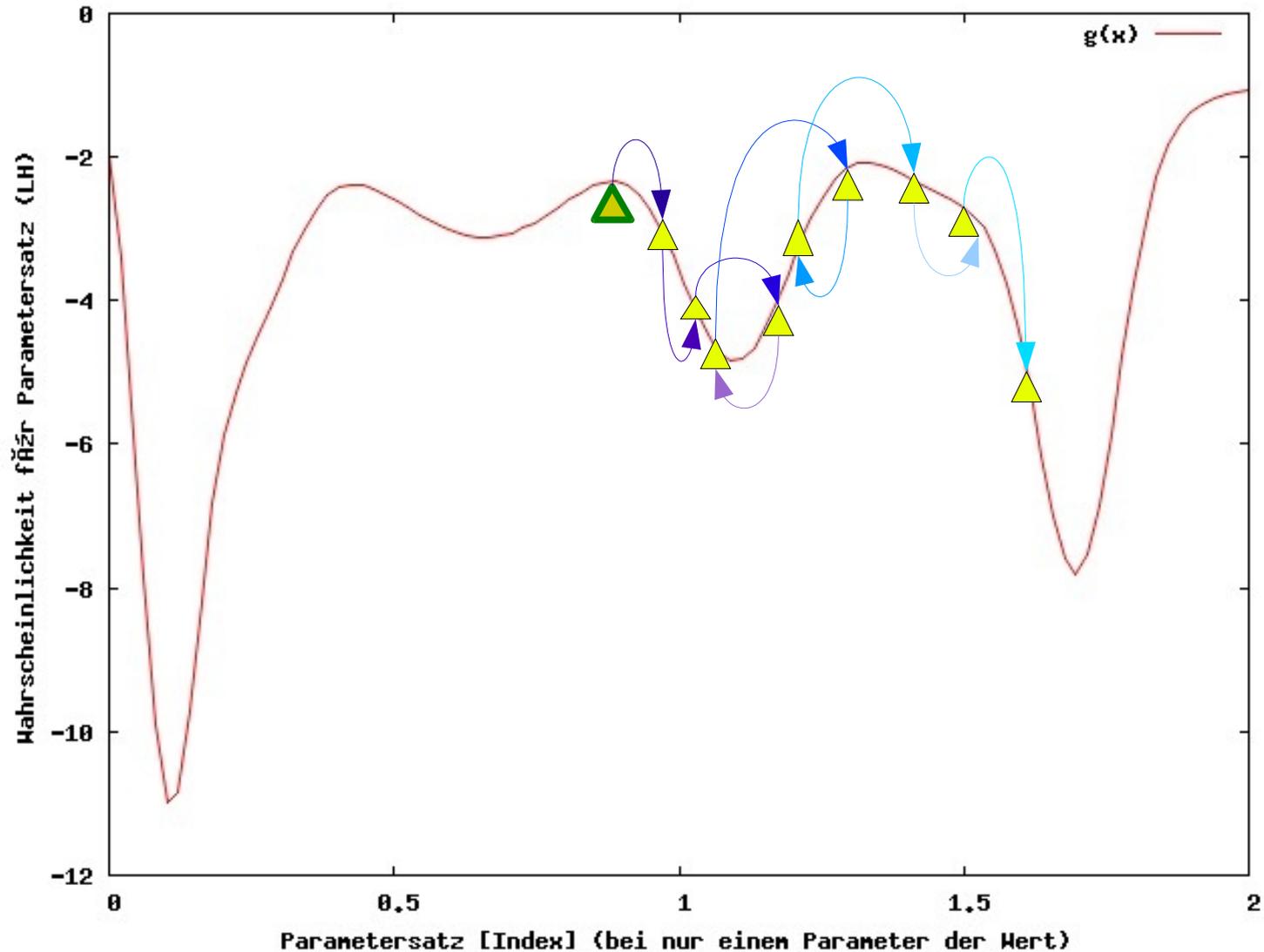
- ✓ Lösung I: Richtung besserer Punkte bevorzugen (Richtungsabhängigkeit)



Hier wird ein lokales Sample benutzt, andere Ansätze verwenden zum Beispiel eine Kovarianz-matrix.

Problem II: Stecken bleiben an lokalen Maxima

Lösung II: Hin und wieder auch etwas schlechtere Parametersätze zulassen  
„um zu sehen wohin es führt“



- Einleitung
- DM & LHC
- MCMC
- Algorithmus
- Ausblick

Schule für  
Astro-  
Teilchenphysik  
2008

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

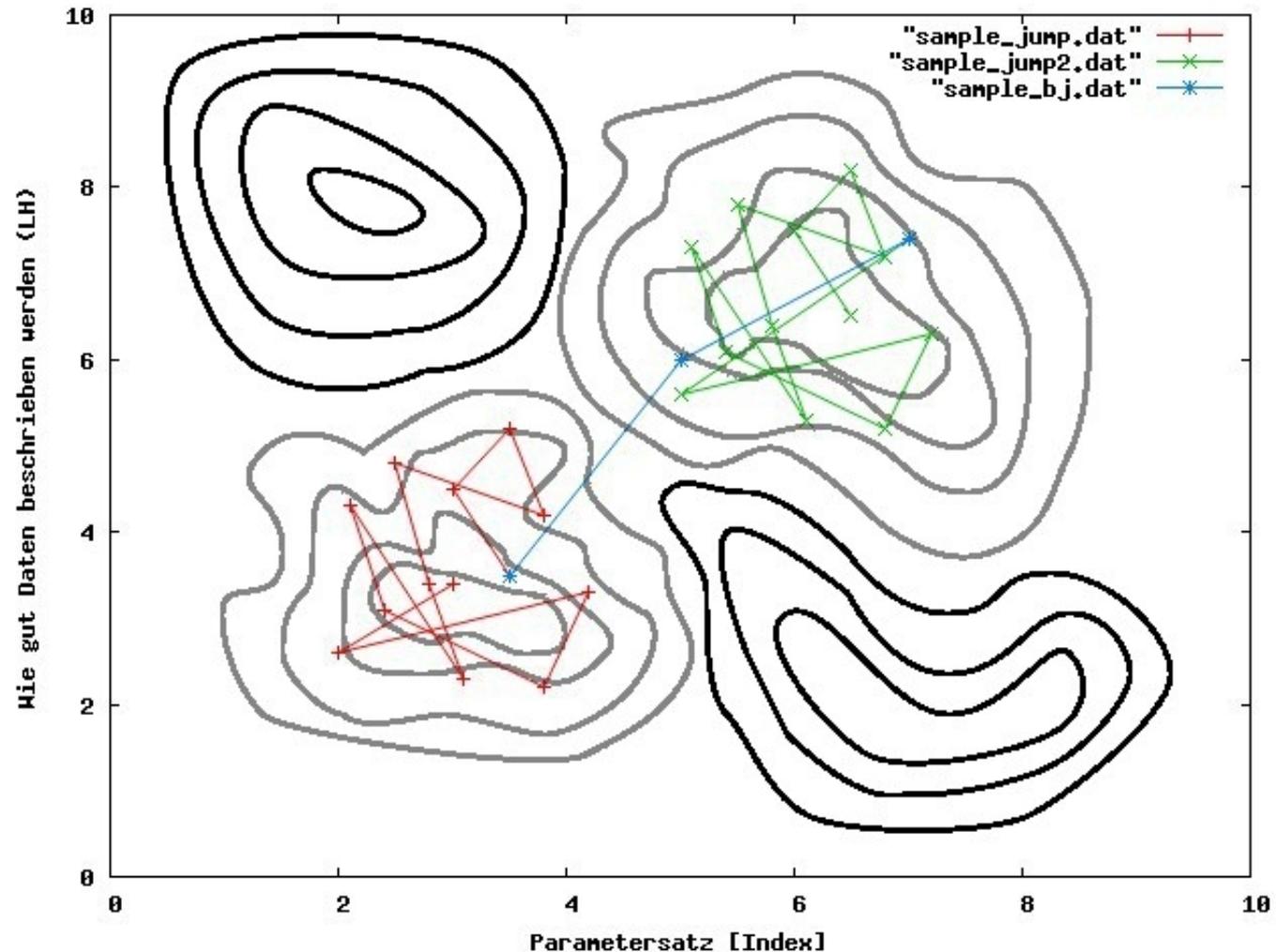
Ausblick

Schule für  
Astro-  
Teilchenphysik  
2008

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

Probleme I&II: unnütze Berechnungen & Stecken bleiben

- ✓ Lösung I&II: Schrittlänge zwischen zwei Parametersets variieren



>> Adaptive Raster angepasst an die lokale Topographie der LH-Funktion

Einleitung

DM & LHC

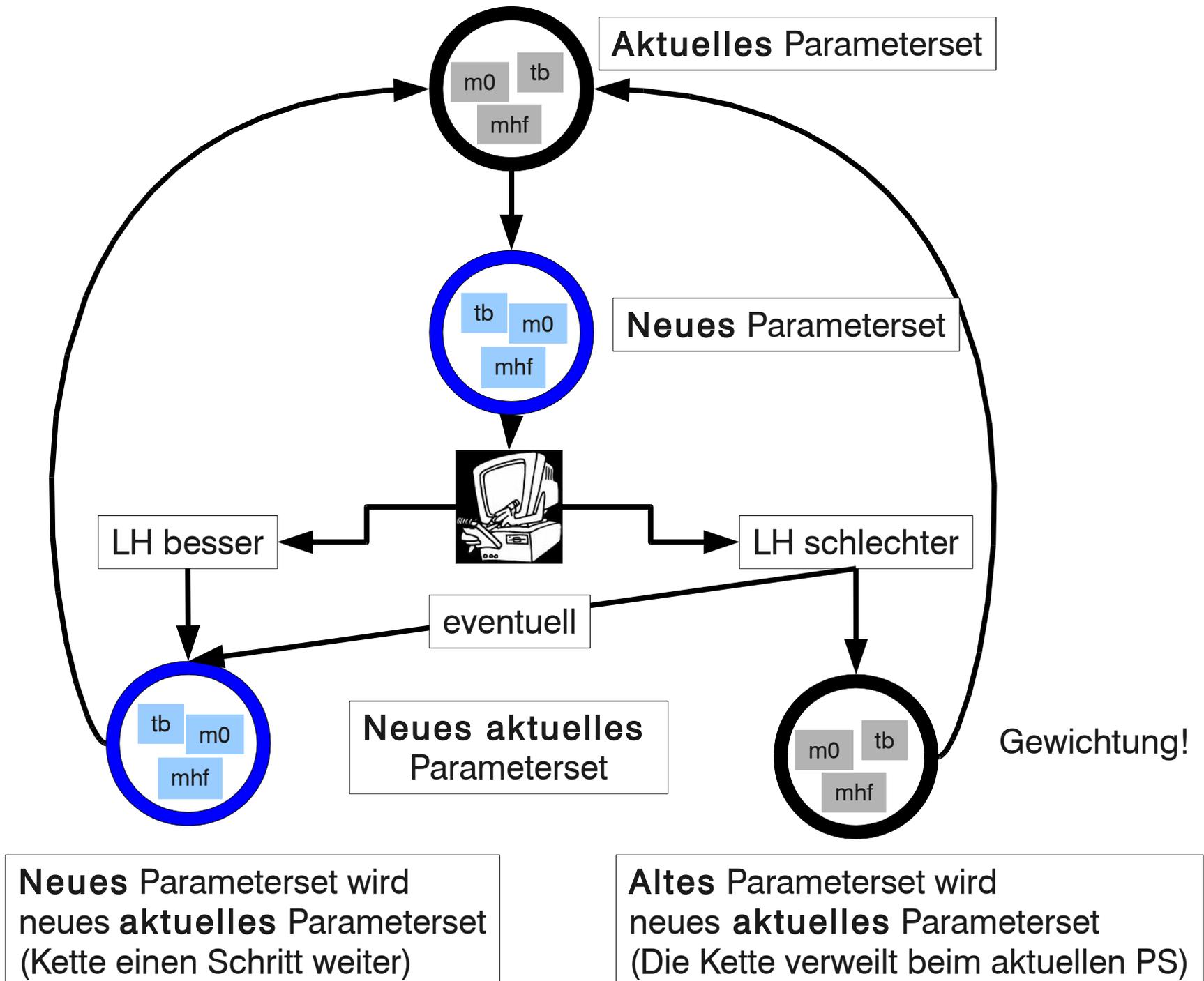
MCMC

Algorithmus

Ausblick

Schule für  
Astro-  
Teilchenphysik  
2008

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs



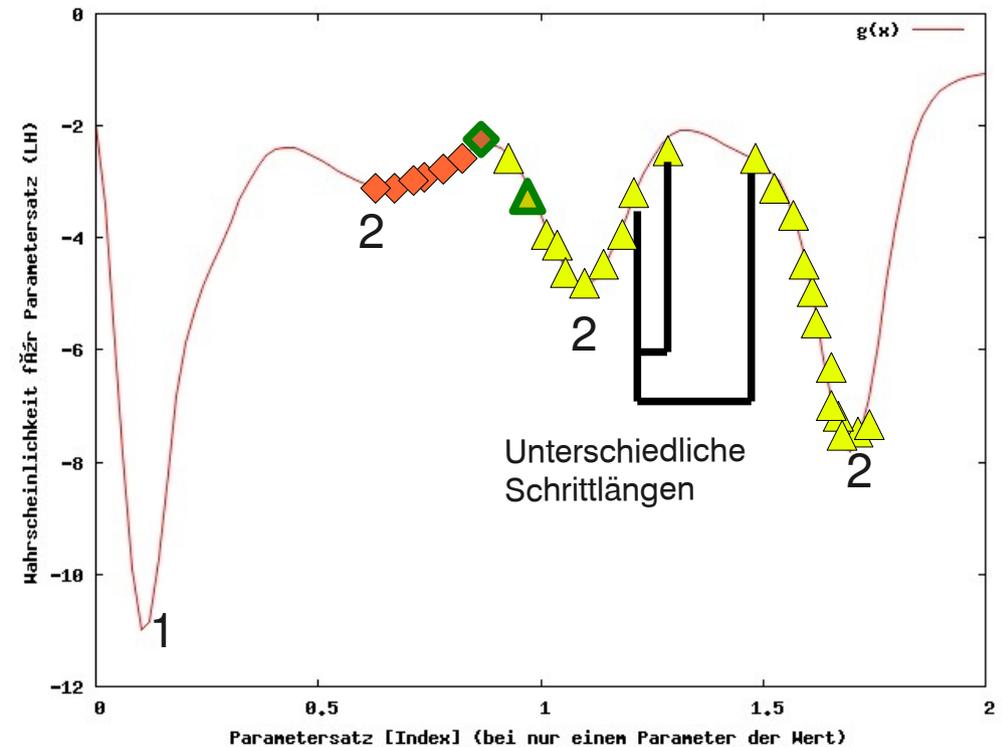
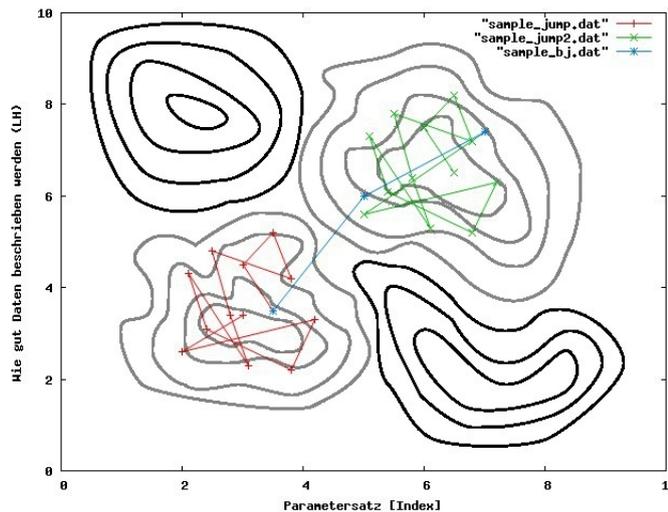
Beispiel für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Parametersätze

1 global wahrscheinlichster Parametersatz

2 lokal wahrscheinlichster Parametersatz

◆ einfache Gradient-Abstieg-Methode

▲ einfache MCMC-Methode



+ MCMC ermöglicht das Finden von Konturen im Parameterraum

Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

Ausblick

**S**chule für  
**A**stro-  
**T**eilchenphysik  
**2008**

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

Vorteile:

- ermöglicht hochdimensionale Parameterraumscans
- kann Konturen im Parameterraum aufspüren
- kann wenige Daten gegenüber vielen Parametern fitten
- lässt sich hervorragend parallelisieren (Cluster, Grid & Co)
  
- Nächste Schritte:
  - Programm auf Cluster installieren und testen
  - Durchführen von möglichst hochauflösenden Scans
  - Bestimmung von Wahrscheinlichkeitskonturen für MSUGRA
  - Einbindung der EGRET-Daten
  - ...

Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

Ausblick

**S**chule für  
**A**stro-  
**T**eilchenphysik  
**2008**

Vielen Dank für ihre  
Aufmerksamkeit!

Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

Ausblick

**S**chule für  
**A**stro-  
**T**eilchenphysik  
**2008**

# ANHANG

## Metropolis-Hastings-Algorithmus

1. Neues Proposal  $\psi_{neu}$  aus Verteilung  $q(\psi', \psi)$
2. Wahrscheinlichkeit für Proposal  $\psi_{neu}$ :

$$\alpha(\psi, \psi') = \frac{\pi(\psi')q(\psi', \psi)}{\pi(\psi)q(\psi, \psi')}$$

mit:

$\psi$

altes / jetziges Parameterset

$\psi'$

neues Parameterset

$q(\psi', \psi)$

Wahrscheinlichkeitsverteilung um von  $\psi$  nach  $\psi'$  zu gelangen

$q(\psi, \psi')$

Wahrscheinlichkeitsverteilung um von  $\psi'$  nach  $\psi$  zurück zu gelangen

$\pi(\psi)$

Wahrscheinlichkeit für Parameterset (aus Beschränkungen...)

$\pi(\psi')$

Wahrscheinlichkeit für neuen Parametersatz, später Zielfunktion!

Schrittlänge

3. Neuen Punkt auswählen:  $\psi_{neu}$

wenn  $\alpha \geq 1$  dann wird  $\psi_{neu} = \psi'$  akzeptiert

wenn  $\alpha < 1$  dann gilt  $\psi_{neu} = \begin{cases} \psi' & \text{mit Wahrscheinlichkeit } \alpha \\ \psi & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1 - \alpha \end{cases}$

Vorsicht: Es geht immer nur der vorangegangene Parametersatz ein!!!

Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

Ausblick

Schule für  
Astro-  
Teilchenphysik  
2008

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

Einleitung

DM & LHC

MCMC

Algorithmus

Ausblick

**S**chule für  
**A**stro-  
**T**eilchenphysik  
**2008**

Universität  
Karlsruhe  
IEKP  
Benjamin Fuchs

Hauptbestandteil von MCMC: Bayesian Interference  
Ein einfaches Beispiel aus der Geschichte:

Mai 1968: Das US-Marine Nuklear-U-Boot SSN Scorpion kehrt nicht in den Heimathafen zurück.

Eine Intensive Suche an der Ostküste bringt keinen Erfolg.

John Craven (USN), Tiefseespezialist, vermutet die Scorpion entgegen der allgemeinen Meinung bei den Azoren.

Mit einem einzigen Schiff nimmt er die Suche auf. Unterstützung von einem Stab Mathematiker.

Das Seegebiet wird in Quadrate eingeteilt und jedem Quadrat werden zwei Wahrscheinlichkeiten zugeteilt.

1. Wahrscheinlichkeit wie leicht man ein Wrack in dieser Seetiefe finden kann.
2. Wahrscheinlichkeit ob dort das Wrack gesunken ist. (gewonnen aus Befragungen erfahrener U-Boot-Kapitäne)

Kombiniert ergibt dies die Wahrscheinlichkeit für einen Fund.

Wurde das Wrack in einem Quadrat nicht gefunden, wurden die Wahrscheinlichkeiten der anderen Quadrate entsprechend angepasst.

Die Bemühungen wurden belohnt, die SSN Scorpion wurde noch im selben Jahr 740 km SW der Azoren gefunden.